



Revista de Estudiantes de Economía / Volumen 1 / Número 3 / Enero-diciembre 2019

# INTERCAMBIO

**ESTIMACIÓN DE UN  
ÍNDICE DE EFICIENCIA  
PARA LA RAMA JUDICIAL  
EN COLOMBIA: UNA  
APROXIMACIÓN  
MEDIANTE ANÁLISIS DE  
ENVOLTURA DE DATOS**

**ESTIMATION OF AN EFFICIENCY  
INDEX FOR THE JUDICIAL BRANCH IN  
COLOMBIA: AN APPROACH THROUGH  
DATA ENVELOPMENT ANALYSIS**

.....

**Camilo Andrés Mayorquín Adame**

E-ISSN 2619-6131



# ESTIMACIÓN DE UN ÍNDICE DE EFICIENCIA PARA LA RAMA JUDICIAL EN COLOMBIA: UNA APROXIMACIÓN MEDIANTE ANÁLISIS DE ENVOLTURA DE DATOS\*

## ESTIMATION OF AN EFFICIENCY INDEX FOR THE JUDICIAL BRANCH IN COLOMBIA: AN APPROACH THROUGH DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

**Camilo Andrés Mayorquín Adame\*\***

### Resumen

En este artículo se propone una medida para la Rama Judicial en Colombia para cuantificar su eficiencia. Se explica por qué es importante la eficiencia, el método escogido para estimarla y la



\* **Artículo recibido:** 25 de febrero de 2019 | **aceptado:** 24 de junio de 2019 | **modificado:** 22 de julio de 2019. Este trabajo fue producto de una investigación en ciencia de datos dentro del Departamento Nacional de Planeación (DNP) y presentado como trabajo de grado dirigido por la profesora Karoll Gómez Portilla. Le agradezco a Lawrence Seiford por enviarme su artículo de 1982; a Manuel Díaz Rangel por proponer la investigación y proporcionar los datos utilizados; a Reinaldo Uribe Muriel por sus explicaciones sobre topología algebraica; y a Laura Cañón y Angélica Mora por el apoyo estadístico y en programación de computadores. El código escrito para este trabajo se encuentra disponible en el siguiente repositorio bajo la licencia de software libre de MIT: <https://github.com/FoxHound112263/Data-Envelopment-Analysis>

\*\* Economista de la Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá. Científico de datos del DNP. Correo-e: [camayorquina@unal.edu.co](mailto:camayorquina@unal.edu.co)

robustez de los resultados encontrados. También se utilizan herramientas de programación de computadores que reflejan su importancia en la economía matemática moderna, además de facilitar y brindar mayores libertades en los cálculos de modelos complejos. Los resultados muestran el comportamiento de los circuitos judiciales escogidos a través de los índices encontrados. Adicionalmente, queda abierta la posibilidad de realizar investigaciones futuras que complementen el análisis de envoltura de datos.

**Palabras clave:** rama judicial, circuitos judiciales, eficiencia, programación, economía matemática, envoltura de datos; JEL: C44, C61, K41.

## Abstract

This paper proposes a measure for the Judicial Branch in Colombia to quantify its efficiency. It explains why efficiency is important, the method chosen to estimate it, and the robustness of the results found. It also makes use of computer programming tools that reflect their importance in modern mathematical economics, in addition to facilitate and provide greater freedom for the calculations of complex models. The results reflect the behavior of the judicial circuits chosen through the found indices. Additionally, the possibility of carrying out future investigations that complement data envelopment analysis remains open.

**Keywords:** judicial branch, judicial circuits, efficiency, programming, mathematical economics, data envelopment; JEL: C44, C66, K41.

## 1. INTRODUCCIÓN

El retraso de los procesos judiciales tiene consecuencias directas sobre el ingreso y crecimiento de una nación. Teóricamente, estas surgen de la realización de menos contratos, lo cual desestimula una mayor división del trabajo y desemboca en una disminución del rendimiento de la economía (Voigt, 2016). Además, como afirma North (1992), las instituciones económicas que definen las reglas del juego en una nación constituyen el puente para un adecuado desarrollo económico. Teniendo en cuenta

esto, el objetivo será calcular la eficiencia de la Rama Judicial y realizar recomendaciones para las unidades evaluadas. Sin embargo, aunque la dimensión de la eficiencia es bastante compleja, se puede abordar como un problema económico.

Según Farrel (1957), la eficiencia económica o total se cumple siempre que sus dos componentes se cumplan:

- Eficiencia técnica: mejor uso posible para unos recursos dados.
- Eficiencia de asignación: los recursos se usan donde sean de mayor provecho para la sociedad.

Existen otras definiciones de eficiencia, como las coincidentes entre Koopmans y Pareto. Sumado a eso, la eficiencia puede verse afectada por valores tales como la verdad o la justicia, por el *trade-off* entre calidad y velocidad, así como por todas aquellas variables que componen los insumos que le permiten a una corte resolver un determinado número de casos. Aun así, el cálculo de la eficiencia técnica puede revelar información útil para ser utilizada como insumo de política pública.

Es necesario hacer un recuento de las alternativas econométricas que pueden utilizarse. En primer lugar, dado que es posible establecer ecuaciones de oferta y demanda para un juzgado, por ejemplo, el problema puede abordarse mediante la estimación por regresión de ecuaciones simultáneas, algo muy común en las ciencias económicas. Aunque la anterior sea una metodología válida, es habitual que aparezca tal sesgo que ocasione signos contradictorios en los parámetros (Murrel, 2001). En segundo lugar, cuando la muestra se basa en datos panel, es posible capturar la heterogeneidad no observada utilizando una variable categórica (Dimitrova, 2015). La anterior es una técnica válida que ha aparecido recientemente en la literatura, así como el uso de variables instrumentales (Dimitrova, 2012).

Se ha escogido al análisis de envoltura de datos para el presente trabajo dados sus antecedentes como la metodología utilizada por excelencia para la estimación de índices de eficiencia. De igual manera, se tomaron en cuenta las ventajas que implica usar este método y que serán mencionadas en la sección 3.

## 2. LITERATURA SOBRE EFICIENCIA

Entre las medidas que pueden ser calculadas relativas a una tecnología eficiente, representadas por una función frontera, se encuentran:

- Programación matemática (análisis de envoltura de datos - DEA).
- Métodos de econometría (fronteras estocásticas).

William Cooper (1978), creó el modelo DEA a partir del artículo de la *Royal Statistical Society* perteneciente al economista Michael James Farrel. Este artículo aborda el problema de la metodología para medición de la productividad, y, aunque Farrel (1957) incluyó en sus ejemplos solo una variable como entrada y otra como salida, tenía claro la posibilidad de extensiones con múltiples variables. Esta metodología no tenía en cuenta la asignación de pesos o ponderaciones a priori, lo cual significaría una ventaja en una medición más imparcial de la eficiencia. Además, Farrel retomó los trabajos sobre eficiencia de Debreu (1951) y Koopmans (1951).

Cooper, junto a Abraham Charnes y Edwardo Rhodes abordarían la posibilidad planteada por Farrel de incluir múltiples entradas y salidas empleando como herramienta la programación lineal. Asimismo, se ampliaron las posibilidades en las aplicaciones del análisis de envoltura de datos, lo que a futuro se vería en sectores como la banca, la salud, los deportes, la educación y el de este presente trabajo, el judicial. El modelo propuesto por estos autores vendría a conocerse como DEA-CCR.

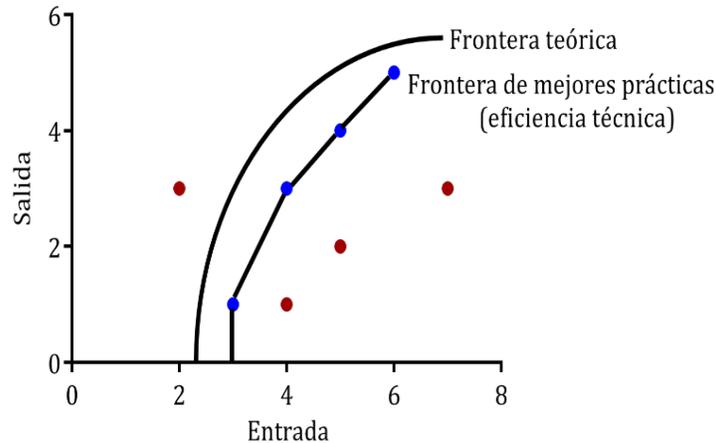
El análisis de envoltura de datos se remonta a la definición de eficiencia más aceptada al tratar problemas de carácter económico (producción). De igual forma, para este problema en específico ha sido también la metodología más utilizada en la literatura internacional, con el propósito de evaluar la eficiencia en la Rama Judicial. Se ha empleado en países como Brasil, Estados Unidos, Noruega, Italia, Egipto y demás, lo cual demuestra que a pesar de sus limitaciones proporciona resultados satisfactorios. Para cada uno de estos países el problema ha sido tratado de manera diferente, incluyendo diferentes entradas y salidas, diferentes rendimientos a escala, sujetos a factores exógenos, y diferentes etapas y combinaciones con otras metodologías. Lo anterior sucede dependiendo de la complejidad del sistema judicial en cada país, de los insumos y de los incentivos a los que están expuestos los jueces.

### **3. ANÁLISIS DE ENVOLTURA DE DATOS**

La presente explicación del modelo se basa en el manual del Software DEAP, escrito por el economista Timothy Coelli (1996), afiliado al Centro para la Eficiencia y el Análisis de la Productividad (CEPA). De igual modo, se basa en el capítulo 2 del libro: *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking* de Joe Zhu (2009), profesor de análisis de operaciones de la Foisie Business School, Worcester Polytechnic Institute.

Este modelo mide la eficiencia relativa de las unidades tomadoras de decisiones (DMUs), basado en el cálculo de una frontera de producción con variables de entrada y de salida. De manera gráfica, es tan simple como observar que las unidades sobre las que pase la frontera se identifican como eficientes, mientras que las que se ubiquen por encima o por debajo de esta son ineficientes, ya sea porque gastan más insumos de los que deberían, o porque producen menos resultados comparadas al resto. Esto se observa con detalle en el gráfico 1.

La forma de la frontera depende de los rendimientos a escala que sigan las entradas y salidas. Por ejemplo, en la Rama Judicial para que se presentasen rendimientos a escala constantes, equivaldría a decir que, ante un aumento o disminución del número de jueces, conllevará necesariamente a un aumento o disminución en igual proporción al número de casos resueltos. Esto anterior puede llegar a cumplirse para una determinada unidad tomadora de decisiones, pero es poco probable suponerlo para todas. Lo más probable es que cada unidad presente diferentes rendimientos; en este caso la mejor decisión es considerarlos variables a escala (VRS): los niveles de producción óptimos varían con el tamaño de los DMUs incluidos en la muestra.

**GRÁFICO 1: frontera de posibilidades de producción**

Fuente: elaboración propia.

Considérese un conjunto de observaciones para cada  $DMU(n)$ , cada observación  $DMU_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) utiliza  $m$  entradas  $x_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m$ ) para producir  $s$  salidas  $y_{rj}$  ( $r = 1, \dots, s$ ). La frontera de mejores prácticas es determinada por las  $n$  observaciones. Esta frontera se estima mediante una aproximación lineal por partes, dado que la forma empírica de la frontera es muy difícil de estimar.

Existen dos propiedades fundamentales que aseguran la construcción lineal de la frontera:

1. Convexidad

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \quad (r = 1, \dots, s)$$

donde  $\lambda_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) son escalares no negativos tales que  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ . En un espacio vectorial, un conjunto convexo conformado por subconjuntos convexos no es más que una suma ponderada (Newman, 1987).

## 1. Ineficiencia

El mismo  $y_{rj}$  puede obtenerse con  $\hat{x}_{ij}$ , donde  $\hat{x}_{ij} \geq x_{ij}$ . Las mismas salidas empleando más entradas.

El mismo  $x_{ij}$  puede usarse para obtener  $\hat{y}_{rj}$ , donde  $\hat{y}_{rj} \leq y_{rj}$ . Las mismas entradas para producir menos salidas.

En ese sentido, para un  $x_i (i = 1, \dots, m)$  y  $y_i (r = 1, \dots, s)$  se tiene que:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_i \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

Es posible que existan diferentes soluciones que satisfagan todas las restricciones del problema de optimización, a estas diferentes soluciones se les denomina holguras/slacks, que pueden ser tanto de entrada como de salida.

$$S_i^- = \theta^* x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, m$$

(input slack)

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{r0} \quad r = 1, \dots, s$$

(output slack)

Una unidad tomadora de decisiones es eficiente si  $\theta^* = 1$  y  $S^{*-} = S^{*+} = 0$  para todo  $i$  y  $r$  (a esto se le denomina eficiencia fuerte o en el sentido de Koopmans/Pareto). La unidad es débilmente eficiente si  $\theta^* = 1$  y  $S^{*-} \neq 0$  y  $S^{*+} \neq 0$  para algunos  $i$  y  $r$ .

## DEA orientado a las salidas (VRS)

$$\max \phi + \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m S_i^- + \sum_{r=1}^s S_r^+ \right)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + S_i^- = x_{i0} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - S_r^+ = \theta y_{r0} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (VRS)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

El  $\varepsilon$  no arquimediano permite darle prioridad a la minimización en el problema de forma computacional (al existir una comparación infinitesimal). Así, en una primera etapa se halla el valor  $\theta^*$  estimado, y posteriormente se optimizan las holguras. Este procedimiento puede llevarse a cabo mediante las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (Paris, 2011) (generalización de los multiplicadores de Lagrange) o a través de un software de problemas lineales.

Esta es la orientación que será considerada para el caso de la Rama Judicial. El objetivo será entonces maximizar los egresos efectivos manteniendo constantes los insumos del modelo. La orientación hacia las entradas no será contemplada en esta investigación puesto que los resultados implican la disminución del número de jueces por circuito judicial. La orientación hacia las salidas es la más común que se encuentra en la literatura; a este modelo en específico se le conoce como BCC por Banker, Charnes y Cooper (1984).

La tabla 1 muestra varias consideraciones relevantes que se deben tener en cuenta cuando se utiliza este tipo de modelos:

**TABLA 1: ventajas y desventajas del análisis de envoltura de datos**

Ventajas	Desventajas
No requiere información sobre las preferencias, los precios, o sobre prioridades al lidiar con múltiples entradas y salidas. Esto permite que no haya juicios de valor por parte del investigador en cuanto a la importancia relativa de las variables.	Al ser una metodología determinista, considera todo ruido o valores atípicos como ineficiencia. Un método estocástico, por el contrario, puede capturar esas observaciones.
Sigue la eficiencia de Farrel, la cual es menos fuerte que la de Koopmans/Pareto. Esto en otras palabras quiere decir es posible obtener una solución menos estricta para las unidades tomadoras de decisiones.	No explica el comportamiento de las unidades tomadoras de decisiones con respecto a un óptimo teórico. Este problema persiste puesto que específicamente en la Rama Judicial, no hay un marco teórico que indique los valores óptimos del retraso en los juzgados, el número de juzgados, el presupuesto o el tamaño de los juzgados.
Provee unidades modelo a seguir o referencia para las unidades ineficientes.	Es considerado un modelo de “caja negra” por su difícil comprensión.
La función de producción es flexible/no paramétrica. En consecuencia, no tendría que suponerse una forma para la frontera que siga una determinada función.	Los resultados están sujetos al contexto del problema, así que se recomienda tomarlos como recomendación.

Fuente: elaboración propia tomando información de Rapposelli y Nissi (2012).

#### 4. ENTRADAS Y SALIDAS PARA CALCULAR LA EFICIENCIA JUDICIAL

El número de casos resueltos –egresos efectivos– se toma normalmente como salida de las cortes. Como entradas debería de incluirse el número de jueces, número de empleados, habitaciones, computadores, entre otros; todo ello a nivel de juzgado. Un estudio de Gillespie (1976) hace la pregunta si estas variables deberían ser fijas o sustituibles entre sí –como una función de producción Leontief–. Esto depende del

sistema judicial; puede suceder que, por ejemplo, a parte del juez haya personas capacitadas para escuchar un caso (haciéndolos sustitutos). Lo anterior es fundamental ya que la eficiencia relativa de la metodología DEA es sensible al número de entradas que se incluyan, visto que estas hacen parte de la construcción de la frontera. El tiempo de retraso podría ser una variable de entrada valiosa porque representa el verdadero rendimiento de un juzgado. Según Dimitrova (2012), la carga de trabajo es una variable de entrada más apropiada que los casos entrantes, puesto que los jueces no tienen control sobre la demanda. La carga se calcula como la suma de “Ingresos Efectivos + Inventario”, siendo este último los casos no resueltos de periodos pasados.

## 5. VALIDACIÓN Y SEGMENTACIÓN DE LOS DATOS

Previo a correr el modelo, es necesario saber tres cosas fundamentales: qué otras variables pueden llegar a tenerse en cuenta, los rendimientos a escala que siguen los datos y si hay presencia de datos atípicos.

### **Selección de las variables**

Variaciones adicionales que se consideraron de acuerdo con su pertinencia y a la posibilidad de su obtención.

#### 1. Entradas adicionales

- Carga de trabajo: Esta variable es la combinación entre la demanda de trabajo y el inventario de los jueces. No se considera conveniente agregar la demanda de manera individual como una entrada del modelo a causa de que los jueces no la regulan. Una alternativa sería considerarla como una variable no discrecional (que no se puede controlar, pero afecta la eficiencia); no obstante, estando dentro de la carga de trabajo junto con el inventario, se resuelve dicho problema.
- Número de personal administrativo.
- Número de computadores.
- Gastos del juzgado o presupuesto.

## 2. Salidas adicionales

- Sentencias.
- Casos resueltos por tipo de proceso.

De contarse con todas estas variables sería posible obtener estimadores con mayor precisión, pero con los datos disponibles se puede llegar a una buena aproximación dado el poder discriminatorio del modelo.

En el caso que se disponga de alta dimensionalidad, se podrían realizar análisis de varianza, clasificación y técnicas propias de reducción de dimensionalidad para llegar a un número adecuado de variables (Johnstone & Titterington, 2009). Esto es importante considerando que los resultados son sensibles al número de columnas de las que se disponga. Los datos que serán analizados durante el resto del trabajo competen a los juzgados entre 38 circuitos, dentro de la Especialidad Civil de la Jurisdicción Ordinaria para el 2016.

### **Rendimientos a escala**

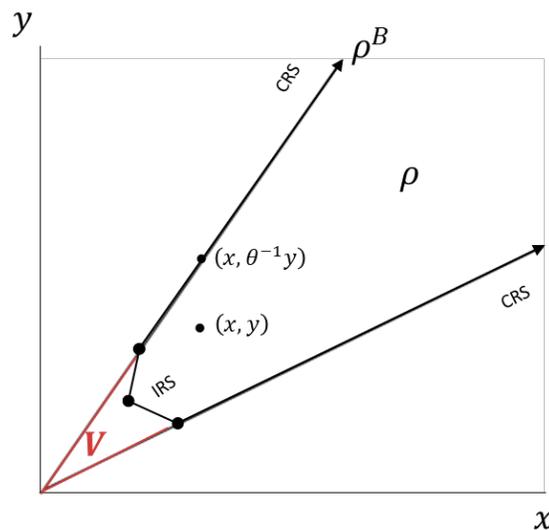
Es valioso comprobar qué rendimientos siguen los datos porque este resultado es introducido como un argumento dentro de la función del modelo de optimización. En ese orden, de suponer que los rendimientos son constantes a escala —como ocurre en numerosos estudios—, puede conllevar a estimar índices lejanos de los reales. No obstante, de acuerdo con Seiford y Zhu (1999), aunque lo más común es la presencia de rendimientos constantes a escala, es posible relajar la presencia de estos rendimientos permitiendo que los demás estén presentes en el modelo. Lo anterior implica que, dependiendo del contexto del problema es conveniente relajar el supuesto de rendimientos constantes. Por ejemplo, en la Rama Judicial sería conveniente dejar rendimientos variables dado que no se está contemplando la dificultad particular de los casos entre circuitos. Por ende, en caso de hallar rendimientos constantes, se tendría a disposición dos soluciones, una estricta y una más permisiva.

Para este procedimiento, se consultaron las pruebas de hipótesis propuestas por el matemático Léopold Simar y el economista Paul Wilson (2002), como sigue a continuación:

Sea  $X \in \mathbb{R}_+^p$  un vector de  $p$  entradas. Sea  $Y \in \mathbb{R}_+^q$  un vector de  $q$  salidas. El conjunto de posibilidades de producción es entonces:  $\rho = \{x, y \mid x \text{ produce a } y\}$ ; en otras palabras, son las combinaciones posibles de  $(x, y)$ . Por otro lado,  $\rho^B$ , definido como la intersección entre  $\rho$  y la clausura (intersección de todos los conjuntos cerrados que contienen a  $\rho$ ) de su complemento, corresponde a la tecnología o frontera de producción.

Defínase un conjunto  $V$  como un cono convexo en dos dimensiones con vértice en el origen abarcado por  $\rho$ , de forma que  $\rho$  es conjunto de  $V$ :  $\rho \subseteq V$ . Si la tecnología  $\rho^B$  exhibe CRS (rendimientos constantes a escala),  $\rho^B$  implica una proyección  $x \rightarrow y$  homogénea de grado 1. Lo anterior significa que  $(x, y) \in \rho^B$  e implica  $(\theta^{-1}x, \theta^{-1}y) \in \rho^B$  para todo  $\theta^{-1} > 0$  y  $\rho = V$ . La proyección del conjunto interno al externo cae en la frontera de producción, por ende, la intersección  $\rho^B \cap V$  es la región donde  $\rho^B$  exhibe CRS. De manera análoga, si la proyección no pertenece al conjunto de posibilidades de producción tanto para  $\theta^{-1} > 1$  como para  $\theta^{-1} < 1$ , se concluye que la tecnología  $\rho^B$  exhibe rendimientos decrecientes, constantes y crecientes en diferentes regiones: VRS.

**GRÁFICO 2: cono convexo, conjunto de posibilidades de producción y tecnología**



Fuente: elaboración propia siguiendo las instrucciones de Simar y Wilson (2002).

Como se observa en el gráfico 2, en este ejemplo solo hay regiones con CRS e IRS (constantes y crecientes), para que existieran DRS (decrecientes) debe haber una región de  $\rho$  no convexa. Tomando las funciones de distancia propuestas por Debreu (1951) y Shepherd (1970), es posible estimar si la unidad evaluada cae en alguna de las regiones especificadas. Esta función es una medida normalizada de la distancia euclidiana desde un punto  $(x, y) \in \rho$  hacia  $\rho^B$  en una dirección ortogonal a  $x$ , la cual está definida por:

$$D(x, y) \equiv \inf\{\theta > 0 \mid (x, \theta^{-1}y) \in \rho\}$$

$$D^{CRS}(x, y) \equiv \inf\{\theta > 0 \mid (x, \theta^{-1}y) \in V\}$$

Si estas distancias son iguales, la proyección de  $(x, y)$  en  $\rho^B$  a lo largo de la trayectoria  $(x, \theta^{-1}y)$ , con  $\theta^{-1} > 1$ , produce un punto en  $\rho^B$  donde  $\rho^B$  exhibe CRS. Posterior a esto, Simar y Wilson proponen estimadores consistentes para las funciones de distancia que siguen diferentes rendimientos.

Las pruebas de hipótesis permiten concluir si la frontera efectivamente no sigue rendimientos constantes ni tampoco no-crecientes de forma global:

#### TEST #1

$H_0$ :  $\rho^B$  sigue CRS de forma global

$H_1$ :  $\rho^B$  sigue VRS

#### TEST #2

$H_0$ :  $\rho^B$  sigue NIRS (no crecientes) de forma global

$H_1$ :  $\rho^B$  sigue VRS

De rechazar ambas hipótesis nulas, es seguro modelar los datos considerando que siguen rendimientos variables a escala. Uno de los problemas que presentan las metodologías asintóticas es el tamaño de la muestra, que se ve solucionado aplicando Bootstrap (Kneip et al., 2010, pp. 483-515) —hace posible realizar inferencias de la población con datos de muestra— como método de remuestreo en orden de inferir resultados consistentes.

A través del lenguaje “R”, es posible realizar estas pruebas de manera sencilla, seleccionando tanto el número de remuestreo como el alfa de rechazo. Como los p-valor son mayores a un valor de 0.05, es posible afirmar que con un 95% de confianza, no se rechaza la hipótesis nula de que los rendimientos son constantes y no crecientes de forma global en cada caso. Se concluye que los datos deberían seguir rendimientos constantes en promedio de forma global. Como se explicó al comienzo de esta sección, teniendo este resultado es posible obtener dos soluciones. Para el presente trabajo, se optó por el cálculo de la eficiencia de una forma más permisiva, de modo que más unidades aparezcan en la frontera de eficiencia. Dicho de otra manera, se realizará la estimación con rendimientos variables a escala.

A través del software DEAP es posible ver el rendimiento específico de cada circuito para el caso de ejemplo en la tabla 2:

**TABLA 2: rendimientos individuales**

<b>Circuito</b>	<b>Rendimientos</b>
Bogotá	-
Leticia	irs
Mocoa	irs
Pamplona	drs
Pasto	drs
Zipaquirá	irs
Medellín	irs
Tunja	irs
Villavicencio	drs
San Andrés	drs
Popayán	-
Cartagena	irs
Santa Rosa de Viterbo	drs

<b>Círculo</b>	<b>Rendimientos</b>
Bucaramanga	irs
Florencia	drs
Cali	irs
Barrancabermeja	-
Valledupar	drs
Sincelejo	-
Buga	irs
Santa Marta	-
San Gil	irs
Barranquilla	-
Turbo	irs
Pereira	drs
Arauca	irs
Montería	irs
Armenia	irs
Ibagué	irs
Buenaventura	irs
Riohacha	irs
Quibdó	irs
Cúcuta	irs
Neiva	irs
Yopal	drs
Facatativá	-
Manizales	irs
Girardot	irs

Fuente: elaboración propia a través de software DEAP.

Donde “irs” y “drs” representan rendimientos crecientes y decrecientes a escala, respectivamente. Los rendimientos crecientes quieren decir que, ante un aumento en el número de insumos, los egresos aumentarán en mayor proporción a dicho aumento. Los decrecientes significan que, ante un aumento en el número de insumos, los egresos

aumentarán en menor proporción —elevar el número de jueces u otros insumos no necesariamente conlleva a un mayor número de egresos deseados—. Por último, los rendimientos constantes, los cuales ya fueron explicados, están representados por un guion.

### **Datos atípicos**

Los datos atípicos en estadística alteran la media y sesgan los resultados en general, aunque su presencia y detección puede resultar de provecho dependiendo del contexto. Para este modelo de optimización, los datos atípicos de extremo superior son los que afectan la construcción de la frontera. En otras palabras, aquellas unidades por lo general eficientes cuyas variables no sigan la tendencia general de los datos, se consideran atípicas. Por otro lado, dichas variables podrían tener valores muy altos comparadas a las demás y estar cumpliendo con un papel de apalancamiento. Los datos atípicos de extremo inferior no se tienen en cuenta considerando que no contribuyen en la construcción de la frontera, simplemente son unidades muy ineficientes.

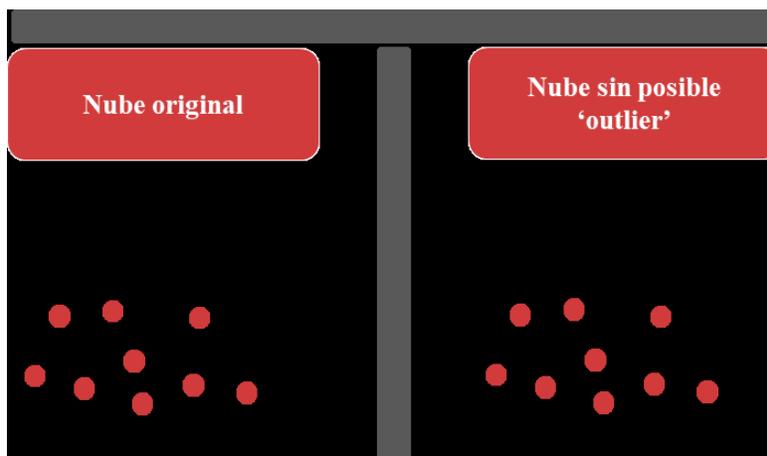
Como primera opción para su detección en modelos DEA, se ha escogido el método de ‘Nube de Datos’, consultado en Bogetoft y Otto (2011), tomado originalmente de Andrews y Pregibon (1978):

Sea  $X = (x^1, \dots, x^k)$  y  $Y = (y^1, \dots, y^k)$  matrices  $k \times m$  y  $k \times n$  de entradas y salidas respectivamente. La matriz combinada  $[XY]$  contiene entonces a todas las observaciones. Las diferentes filas pueden verse como una nube de puntos en el espacio  $\mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n$ , donde cada punto representa a un *DMU*. El volumen de esta nube es proporcional al determinante de la matriz combinada  $[XY]'[XY]$ .

$$\text{Volumen de los datos} \simeq D(X, Y)$$

Si se retira al *DMU* de la primera fila, siendo este un valor extremo superior, el volumen de la nube puede disminuir en gran medida. Si este es el caso, entonces es posible concluir que dicho *DMU* es un *outlier*. El proceso puede repetirse para más de un *DMU* a la vez. El gráfico 3 muestra la intuición tras la metodología:

GRÁFICO 3: nube de datos antes y después de remover el posible outlier



Fuente: elaboración propia siguiendo las instrucciones de Bogetoft y Otto (2011).

Sea  $D^{(i)}$  el determinante después de quitar al  $DMU_i$  y  $R^i$  la relación entre el nuevo volumen de datos y el viejo.  $R^i = \frac{D^i}{D}$ ; donde  $R^i$  es adimensional. Si el  $DMU_i$  no es un *outlier*,  $R^i$  tendrá un valor cercano a 1; caso contrario en donde sí lo es, se observará un valor cercano a cero. Para nuestro caso de ejemplo de circuitos judiciales, se optó por eliminar a Bogotá dado su naturaleza como dato extremo.

Se concluyó que Bogotá no es un dato atípico y sigue la tendencia general de los datos al obtener que el volumen de la nube apenas cambió con valor de 0.97 sobre 1. En caso de encontrar *outliers* lo más conveniente es retirarlos del análisis, la presencia de estos puede afectar en gran medida los resultados de los puntajes de eficiencia técnica. El tener que recurrir a remover el dato es una medida necesaria al tratar con modelos deterministas. Un tratamiento formal si se desea calcular la eficiencia de los datos atípicos puede consultarse en Gholam (2017).

## 6. RESULTADOS DEL MODELO

A continuación, se muestra el modelo implementado en el lenguaje de programación “R”. Adicionalmente, se utilizaron distintos softwares para comprobar que la metodología se está ejecutando de manera correcta:

TABLA 3: datos utilizados

Circuito	Ingresos	Egresos	Inventario	Jueces	Carga
Arauca	360	70	716	2	1076
Armenia	240	81	430	6	670
Barrancabermeja	68	33	102	2	170
Barranquilla	617	270	1218	15	1835
Bogotá	2926	1468	7632	65	10 558
Bucaramanga	434	225	553	15	987
Buenaventura	107	33	221	3	328
Buga	352	122	592	3	944
Cali	978	389	2462	21	3440
Cartagena	554	410	1699	15	2253
Cúcuta	317	102	1055	10	1372
Facatativá	47	8	82	3	129
Florencia	600	187	1151	4	1751
Girardot	43	11	144	3	187
Ibagué	534	173	1251	12	1785
Leticia	4	4	10	1	14
Manizales	259	55	627	8	886
Medellín	1247	705	3409	36	4656
Mocoa	493	275	407	2	900
Montería	309	121	672	7	981
Neiva	406	110	1079	9	1485
Pamplona	30	24	75	1	105
Pasto	485	776	1056	9	1541
Pereira	238	114	559	7	797
Popayán	790	397	2281	10	3071
Quibdó	371	64	593	4	964
Riohacha	148	43	443	3	591
San Andrés	34	13	101	1	135
San Gil	162	51	139	3	301
Santa Rosa de Viterbo	323	129	210	7	533
Santa Marta	267	181	774	8	1041
Sincelejo	243	153	549	9	792
Tunja	180	159	327	15	507
Turbo	102	38	219	2	321
Valledupar	631	272	1235	8	1866
Villavicencio	427	378	894	9	1321
Yopal	124	22	319	2	443
Zipaquirá	28	23	32	3	60

Fuente: Rama Judicial, Subdirección de Justicia - DNP.

Como se ve en la tabla 3, las variables de entrada son *Jueces* y *Carga*, mientras que la de salida es *Egresos*. El dato sobre el número de jueces para Santa Rosa de Viterbo no estaba disponible, por lo que se decidió hacer una imputación por promedio teniendo en cuenta los datos de Buga, Cúcuta y Montería.

Los resultados de la eficiencia técnica para el ejemplo se evidencian en la tabla 4:

**TABLA 4: eficiencia técnica por circuito**

Ranking	Circuito	Eficiencia técnica
1	Bogotá	100%
1	Leticia	100%
1	Mocoa	100%
1	Pamplona	100%
1	Pasto	100%
2	Zipaquirá	84%
3	Medellín	69%
4	Tunja	63%
5	Villavicencio	57%
6	San Andrés	54%
7	Popayán	50%
8	Cartagena	49%
9	Santa Rosa de Viterbo	48%
10	Bucaramanga	45%
11	Florencia	45%
12	Cali	42%
13	Barrancabermeja	40%
14	Valledupar	39%
15	Sincelejo	39%
16	Buga	36%

<b>Ranking</b>	<b>Circuito</b>	<b>Eficiencia técnica</b>
17	Santa Marta	35%
18	San Gil	34%
19	Barranquilla	34%
20	Turbo	29%
21	Pereira	29%
22	Arauca	25%
23	Montería	25%
24	Armenia	24%
25	Ibagué	22%
26	Buenaventura	20%
27	Riohacha	17%
28	Quibdó	16%
29	Cúcuta	15%
30	Neiva	15%
31	Yopal	14%
32	Facatativá	13%
33	Manizales	12%
34	Girardot	12%

*Fuente: elaboración propia con lenguaje "R".*

Sabiendo esto, las recomendaciones que deberían seguirse son las siguientes, de acuerdo a los escalares que acompañan cada restricción de cada uno de los DMU:

TABLA 5: recomendaciones

Circuito	Eficiencia	Recomendación	Objetivo	Modelo
Bogotá	100%	0%	1468	Bogotá
Leticia	100%	0%	4	Leticia
Mocoa	100%	0%	275	Mocoa
Pamplona	100%	0%	24	Pamplona
Pasto	100%	0%	776	Pasto
Zipaquirá	84%	16%	27	Leticia
Medellín	69%	31%	924	Pasto
Tunja	63%	37%	218	Leticia
Villavicencio	57%	43%	541	Pasto
San Andrés	54%	46%	19	Pamplona
Popayán	50%	50%	596	Pasto
Cartagena	49%	51%	619	Pasto
Santa Rosa de Viterbo	48%	52%	196	Leticia
Bucaramanga	45%	55%	349	Pasto
Florencia	45%	55%	290	Mocoa
Cali	42%	58%	615	Pasto
Barrancabermeja	40%	60%	53	Leticia
Sincelejo	39%	61%	246	Pasto
Valledupar	39%	61%	438	Pasto
Buga	36%	64%	200	Mocoa
Santa Marta	35%	65%	299	Pasto
Barranquilla	34%	66%	448	Pasto
San Gil	34%	66%	85	Leticia
Pereira	29%	71%	195	Pasto
Turbo	29%	71%	65	Leticia
Arauca	25%	75%	122	Mocoa
Montería	25%	75%	212	Pasto
Armenia	24%	76%	143	Leticia
Ibagué	22%	78%	308	Pasto
Buenaventura	20%	80%	59	Leticia
Riohacha	17%	83%	79	Leticia
Quibdó	16%	84%	118	Mocoa
Cúcuta	15%	85%	189	Pasto
Neiva	15%	85%	204	Pasto
Yopal	14%	86%	41	Leticia
Facatativá	13%	87%	15	Leticia
Girardot	12%	88%	21	Leticia
Manizales	12%	88%	103	Pasto

Fuente: elaboración propia con lenguaje "R".

Como se observa en la tabla, las unidades eficientes: Bogotá, Leticia, Mocoa, Pamplona y Pasto tienen como recomendación mantener la producción de egresos igual para el siguiente año. Zipaquirá, por ejemplo, tiene una eficiencia técnica de 84% y su unidad de referencia fue en mayor medida Leticia —el escalar no negativo “lambda” de Leticia para su problema de optimización tuvo mayor peso que cualquier otro circuito eficiente—. La recomendación que debería seguir Zipaquirá es aumentar sus egresos en aproximadamente 16%, es decir, generar 27 egresos para el periodo siguiente, manteniendo constantes su número de jueces y carga de trabajo para ser tan eficiente como Leticia. Nótese que, entre las recomendaciones, no se aconseja en ningún caso ser tan eficiente como Bogotá, lo cual tiene sentido teniendo en cuenta que ningún otro circuito tiene recursos similares. Tanto el resultado de la eficiencia como la recomendación son los principales aportes de este modelo, que, a pesar de sus cualidades determinísticas, carece de resultados analíticos que permitan explicar estas diferencias entre eficiencias. Es por esto anterior que el campo de investigación sigue activo en torno al abordaje de este tipo de problemas.

También se puede calcular las holguras, es decir, saber quién es eficiente en el sentido fuerte o débil, e incluso calcula los pesos de las variables para hacer un pequeño análisis de sensibilidad. A pesar de esto, se excluye lo primero por practicidad y lo segundo ante carencia de un mayor número de variables de salida.

De todas formas, suponiendo que en el momento se disponen de más variables de salida, entre mayor sea el peso de estas variables, mayor será su contribución a la eficiencia y la recomendación irá enfocada en aumentar esa variable en específico. Los pesos de las variables de entrada no tiene sentido interpretarlos si la orientación del modelo es hacia las salidas, como ocurre en la Rama Judicial.

### **Supereficiencia**

La supereficiencia elimina la restricción de convexidad en donde los escalares no negativos tienen que sumar uno, de esta manera es posible encontrar eficiencias mayores a dicho valor. Esto se emplea con dos propósitos: en primer lugar, es otra alternativa para detectar

datos atípicos si las supereficiencias tienen valores extremadamente altos. En segundo lugar, dado que no se hace distinción entre las unidades eficientes, es posible hacer un verdadero ranking de eficiencia (así se evita que las unidades eficientes no tengan ningún incentivo para mejorar). El ranking de eficiencias sigue el siguiente orden en la tabla 6:

**TABLA 6: ranking de circuitos basado en super-eficiencias**

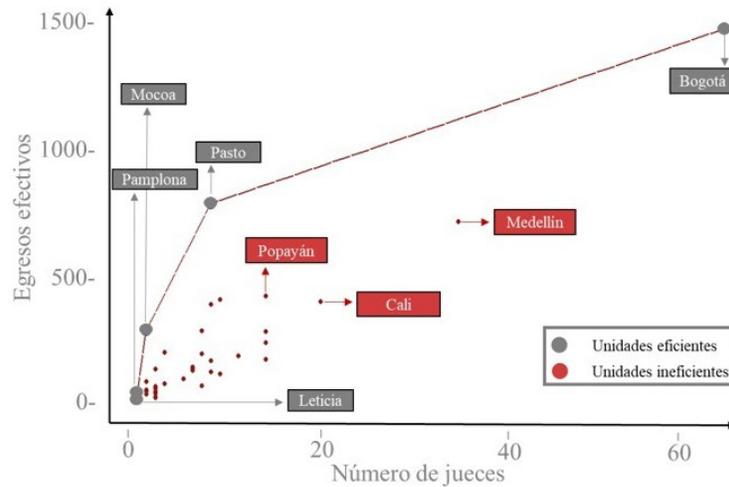
Ranking	Circuito	Super-eficiencia
1	Leticia	Hiper-eficiente
2	Mocoa	2,330508
3	Pamplona	2,228703
4	Pasto	2,000149
5	Bogotá	1,891753

Fuente: elaboración propia con lenguaje “R”.

Leticia aparece en primer lugar al encontrar múltiples soluciones a su problema de optimización y se identifica como el más eficiente entre los eficientes. Bogotá presenta la menor eficiencia del grupo, algo que podría indicar que, a pesar de caer dentro de la frontera de producción, es posible poner en duda su resultado. Estudios como el de Ricardo (2016), presentan las deficiencias en los intentos de descongestión, que no harían lógica la posición de Bogotá como eficiente. En las conclusiones se hace una reflexión final sobre Bogotá.

### **Gráfico con frontera**

Representación en dos dimensiones de la solución al problema de optimización, cuyo objetivo es mostrar la posición de las unidades eficientes con respecto a las demás. Es posible hallar gráficamente la solución para el problema, sin embargo, al tener la variable adicional de ‘carga de trabajo’, debería de graficarse en tres dimensiones. Por lo anterior, es más práctico resolver el problema matemático y visualizar cómo se conectan los puntos eficientes, tal como lo ilustra el gráfico 4:

**GRÁFICO 4: frontera de mejores prácticas**

Fuente: elaboración propia con lenguaje "R".

## 7. CONCLUSIONES

La metodología empleada para el cálculo de la eficiencia ha proporcionado resultados satisfactorios, permitiendo tener una idea del comportamiento de los circuitos judiciales. Asimismo, las pruebas estadísticas sobre los rendimientos y datos atípicos han dejado que dichos resultados reflejen un acercamiento a los verdaderos índices de eficiencia. La metodología puede mejorarse incluyendo más variables tanto de entrada como de salida, para incluso contemplar la orientación hacia las entradas. El modelo planteado en este trabajo es uno de los más utilizados en la literatura, y se tuvieron todas las consideraciones necesarias para evitar errores comunes.

Como en trabajos recientes y experimentales, a futuro puede combinarse con metodologías de Minería de Datos e Inteligencia Artificial, una vez exista una mayor cantidad de literatura para emplear dichos métodos. Un ejemplo de esto es pronosticar eficiencias futuras haciendo uso de una Red Neuronal (Azadeh et al, 2011). Por otra parte, de contar con datos para más periodos haría viable calcular la eficiencia a lo largo del tiempo, conocida como índice de productividad de Malmquist.

Este trabajo se complementa con la tesis de maestría de Hernández (2016), en donde las unidades evaluadas pertenecen a la Especialidad Penal de la Jurisdicción Ordinaria, en contraste a la Especialidad Civil de la misma Jurisdicción de esta investigación. Se utilizó la misma metodología con procedimientos diferentes pero que terminan en resultados igual de interesantes. En adición, ambos trabajos tienen el potencial de ser usados como puntos de referencia para investigaciones en la región de Latinoamérica, pues el enfoque hacia la Rama Judicial es escaso. A su vez, se hace un llamado con el fin de diferenciar los términos eficiencia y eficacia, que en las estimaciones del Consejo Superior de la Judicatura es inconsistente.

Cabe mencionar que el caso de Bogotá en el ejemplo explicado no necesariamente quiera decir que sea eficiente. Por ser un dato extremo no tiene unidades con quien compararse, y es bastante posible que su eficiencia se vea afectada con la inclusión de más variables. Por añadidura, es conveniente tratar a Bogotá con rendimientos constantes o con el Índice de Eficacia que estima la Rama Judicial. La eficiencia también puede verse afectada por factores exógenos que no se puedan percibir con los datos, y que deban tomarse en cuenta antes de hacer conclusiones definitivas. Por ello, un trabajo crucial consistiría en investigar las causas de la eficiencia a través de análisis de regresión. Por último, no debe olvidarse que los modelos son aproximaciones de la realidad, y, por ende, deben seguirse solo como recomendación.

## 8. REFERENCIAS

1. Andrews D. & Pregibon, D. (1978). Finding the Outliers that Matter. *Journal of the Royal Statistical Society*, 40(1), 85-93.
2. Azadeh, A., et al. (2011). An Integrated Data Envelopment Analysis-Artificial Neural Network-Rough Set Algorithm for assessment of personnel efficiency. *Expert Systems with Applications*, 38(3), 1364-1373.
3. Banker, R., Charnes, A. & Cooper, W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.

4. Bogetoft, P. & Otto, L. (2011). *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. New York: Stanford University.
5. Bogetoft, P. & Otto, L. (2015). *Benchmark and Frontier Analysis Using DEA and SFA*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/Benchmarking/index.html>
6. Charnes, A., Cooper, W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
7. Charnes, A., Cooper, W., Seiford, L. & Stutz, J. (1982). A Multiplicative Model for Efficiency Analysis. *Socio-Economic Planning Sciences*, 16(5), 223-224.
8. Coelli, T. (1996). *A Guide to DEAP Version 2.1: A Data Envelopment Analysis (Computer) Program*. Centre for Efficiency and Productivity Analysis (CEPA) Working Paper No. 8.
9. Debreu, G. (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19(3), 293-292.
10. Dimitrova-Grajzl, V., et al. (2012). Court Output, Judicial Staffing, and the Demand for Court Services: Evidence from Slovenian Courts of First Instance. *International Review of Law and Economics*, 32(1), 19-29.
11. Dimitrova-Grajzl, V., et al. (2016). Courts in a Transition Economy: Case Disposition and the Quantity-Quality Tradeoff in Bulgaria. *Economic Systems*, 40(1), 19-38. <https://doi.org/10.1016/j.ecosys.2015.09.002>
12. Farrel, M. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253-290.
13. Gholam, A. (2017). Impact of Outliers in Data Envelopment Analysis. *Int. J. Industrial Mathematics*, 9(4), 319-332.
14. Gillespie, R. (1976). The Production of Court Services: Analysis of Scale Effects and Other Factors. *The Journal of Legal Studies*, 5(2), 243-265.
15. Hernández, V. (2016). *Análisis de la eficiencia relativa en el sistema judicial colombiano como funciones de producción, mediante análisis envolvente de datos (DEA)* (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

16. Johnstone, I. & Titterington, D. (2009). Statistical Challenges of High-Dimensional Data. *Transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences*, 367(1906), 4237-4253.
17. Kneip, A., et al. (2010). A computationally efficient, consistent bootstrap for inference with non-parametric DEA estimators. *Computational Economics*, 38(4), 483-515.
18. Koopmans, T. (1951). An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. En T. Koopmans (Ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation (Cowles Commission for Research in Economics, Monograph 13)*. New York: John- Wiley and Sons, Inc.
19. Murrel, P. (2001). Demand and Supply in Romanian Commercial Courts: Generating Information for Institutional Reform. IRIS Center \_ Maryland University. <https://doi.org/10.2139/ssrn.280428>
20. Newman, P. (2016 [1987]). *Convexity*. En J. Eatwell & M. Milgate *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*. London: Palgrave Macmillan.
21. North, D. (1992). *Transaction Costs, Institutions, and Economic Performance*. USA: ICS Press.
22. Paris, Q. (2011). *Economic Foundations of Symmetric Programming*. USA: Cambridge University Press.
23. Rapposelli, A. & Nissi, E. (2012). Analyzing Industrial Accidents in European Countries Using Data Envelopment Analysis. *AIEL Series in Labour Economics*, 6, 93-101.
24. Ricardo, R. (2016). La política de descongestión judicial 2009-2014, un costoso e ineficiente esfuerzo. *Revista de Derecho Público*, 36. <http://dx.doi.org/10.15425/redepub.36.2016.06>
25. Seiford, L. & Zhu, J. (1999). An Investigation of Returns to Scale in Data Envelopment Analysis. *Omega: The International Journal of Management Science*, 27(1), 1-11.
26. Shepherd, R. (1970). *Theory of Cost and Production Functions*. USA: Princeton University Press.
27. Simar, L. & Wilson, P. (2002). Non-parametric tests of returns to scale. *European Journal of Operational Research*, 139, 115-132.
28. Simm, J. & Besstremyannaya, G. (2016). rDEA: Robust Data Envelopment Analysis (DEA) for R. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/rDEA/index.html>

29. Voigt, S. (2016). Determinants of Judicial Efficiency: A Survey. *Eur J Law Econ*, 42, 183-208.
30. Zhu, J. (2009). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets* (Segunda ed.). USA: Springer.

